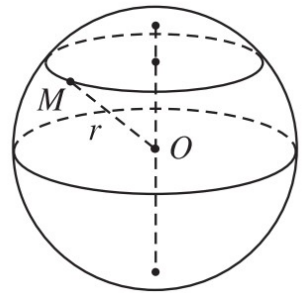
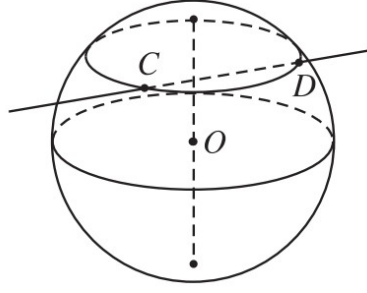
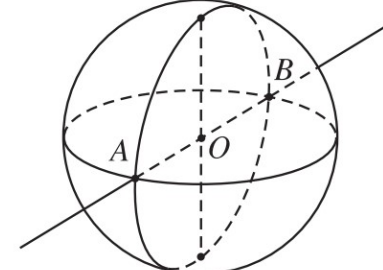


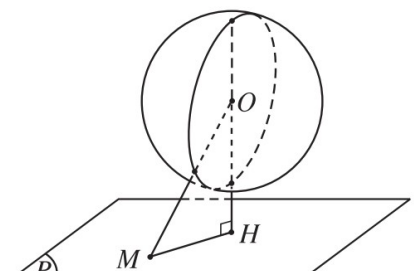
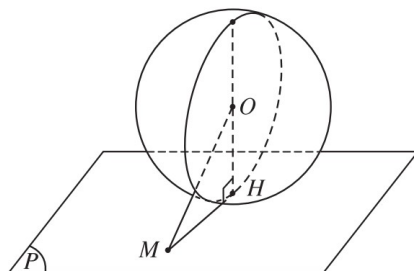
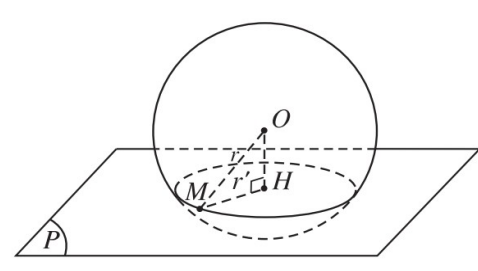
§2. MẶT CẦU

I. MẶT CẦU

Tập hợp những điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng không đổi bằng r ($r > 0$) được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r. Kí hiệu: $S(O;r)$ hay viết tắt là (S). Như vậy $S(O;r) = \{M \mid OM = r\}$	
Nếu hai điểm C, D nằm trên mặt cầu $S(O;r)$ thì đoạn thẳng CD được gọi là dây cung của mặt cầu đó.	
Dây cung AB đi qua tâm O được gọi là đường kính của mặt cầu. Khi đó độ dài đường kính bằng $2r$.	

II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẪNG

Cho mặt cầu $S(O;r)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (P) . Khi đó $d = OH$ là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) .

$d > r$	$d = r$	$d < r$
Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) không có điểm chung.	Mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S) . Khi đó H gọi là tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) , (P) gọi là mặt phẳng tiếp xúc hay tiếp diện của mặt cầu.	Mặt phẳng cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính $r' = \sqrt{r^2 - d^2}$ Đặc biệt: đường tròn có bán kính bằng bán kính mặt cầu được gọi là đường tròn lớn .
		

III. CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH KHỐI CẦU

Diện tích mặt cầu bán kính r	$S = 4\pi r^2$
Thể tích khối cầu bán kính r	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Ví dụ: Cho mặt cầu có đường kính bằng $4a$.

- a) Tính diện tích mặt cầu.
- b) Tính thể tích khối cầu.

Giải: Bán kính mặt cầu $r = \frac{4a}{2} = 2a$.

- a) Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.
- b) Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$.

BÀI TẬP

Câu 1. Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{3}$.

Câu 2. Cho mặt cầu bán kính $r = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{500\pi}{3}$. B. 25π . C. $\frac{100\pi}{3}$. D. 100π .

Câu 3. Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng:

- A. πR^2 B. $\frac{4}{3}\pi R^2$ C. $2\pi R^2$ D. $4\pi R^2$

Câu 4. Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A. $2\sqrt{2}a$ B. $\sqrt{2}a$ C. $2a$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 5. Diện tích mặt cầu bán kính $2a$ là

- A. $4\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 6. Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π

- A. $S = 32\pi$ B. $S = 16\pi$ C. $S = 64\pi$ D. $S = 8\pi$

Câu 7. Một mặt cầu có diện tích là π thì có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 8. Diện tích mặt cầu có đường kính bằng $2a$ là

- A. $16\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $4\pi a^2$.

Câu 9. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 10. Quả bóng rổ size 7 có đường kính 24.5 cm. Tính diện tích bề mặt quả bóng rổ đó (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

- A. 629 cm^2 . B. 1886 cm^2 . C. 8171 cm^2 . D. 7700 cm^2 .

Câu 11. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 12. Thể tích khối cầu bán kính a bằng :

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $2\pi a^3$ C. $\frac{4\pi a^3}{3}$ D. $4\pi a^3$

Câu 13. Thể tích của khối cầu có bán kính là 1 bằng:

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 4π .

Câu 14. Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 15. Thể tích khối cầu bán kính 3 cm bằng

- A. $36\pi (\text{cm}^3)$. B. $108\pi (\text{cm}^3)$. C. $9\pi (\text{cm}^3)$. D. $54\pi (\text{cm}^3)$.

Câu 16. Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 (\text{cm}^2)$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

- A. $\frac{4\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. B. $\frac{\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. C. $\frac{64\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. D. $\frac{16\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$.

Câu 17. Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A. $18\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

Câu 18. Tìm bán kính R mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \sqrt{3}a$ B. $R = a$ C. 100 D. $R = 2\sqrt{3}a$

Câu 19. Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ B. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$ C. $a = 2R$ D. $a = 2\sqrt{3}R$

Câu 20. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $9\pi a^2$ B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $\frac{9\pi a^2}{4}$ D. $3\pi a^2$

Câu 21. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$, $2a$ là

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 22. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

- A. $3a$. B. $a\sqrt{3}$. C. $6a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

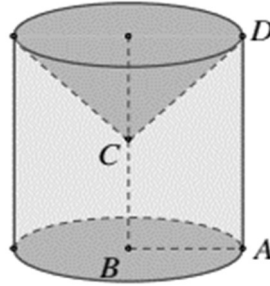
- A. $8\pi a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. $2\pi a^2$. D. $2a^2$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$ B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$ D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$

BÀI TẬP ÔN TẬP VỀ KHỐI TRÒN XOAY

Câu 27. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

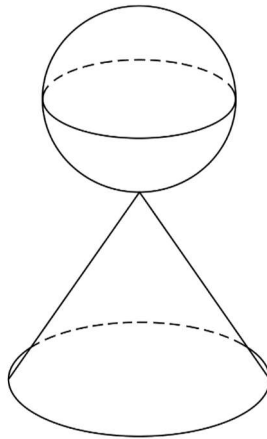


- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 28. Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỷ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 29. Một khối cầu pha lê gồm một hình cầu (H_1) bán kính R và một hình nón (H_2) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là r, l thỏa mãn $r = \frac{1}{2}l$ và $l = \frac{3}{2}R$ xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91cm^2 . Tính diện tích của mặt cầu (H_1)

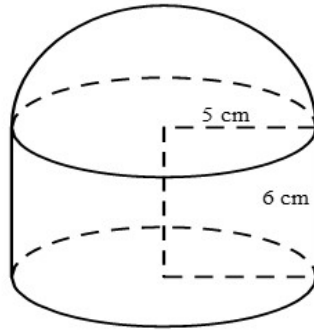


- A. $\frac{104}{5}\text{cm}^2$ B. 16cm^2 C. 64cm^2 D. $\frac{26}{5}\text{cm}^2$

Câu 30. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = DA = \sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng

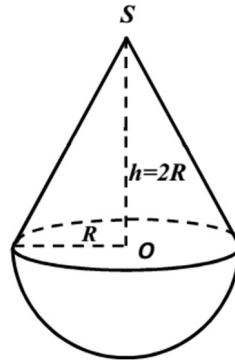
- A. $\frac{5}{3}\pi$. B. $\frac{4}{3}\pi$. C. $\frac{7}{3}\pi$. D. $\frac{2}{3}\pi$.

Câu 31. Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 6\text{cm}$ và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích S cần sơn là



- A. $S = 110\pi \text{ cm}^2$. B. $S = 130\pi \text{ cm}^2$. C. $S = 160\pi \text{ cm}^2$. D. $S = 80\pi \text{ cm}^2$.

Câu 32. Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên. Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng $36\pi \text{ cm}^3$. Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng

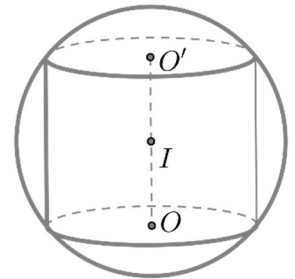


- A. $\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$ B. $9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$ C. $9\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$ D. $\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$

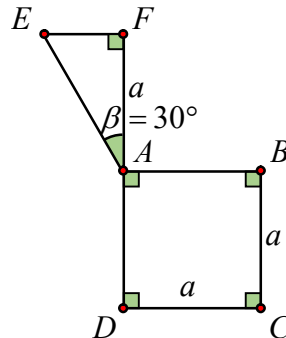
Câu 33. Cho khối cầu (S) có bán kính R . Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$

và nội tiếp khối cầu (S) (tham khảo hình vẽ). Chiều cao của khối trụ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$. B. $R\sqrt{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$



Câu 34. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .



- A. $\frac{10\pi}{7}a^3$. B. $\frac{\pi}{3}a^3$. C. $\frac{5\pi}{2}a^3$. D. $\frac{10\pi}{9}a^3$.